

Лабораторная работа 2.36

СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: ознакомление с электронным осциллографом и методами исследования гармонических колебаний, происходящих в одном и двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Задание: наблюдать с помощью осциллографа сложение гармонических колебаний в одном направлении, определить качественно зависимость глубины модуляции от соотношения амплитуд сигналов; определить расстройку генераторов по частоте и время когерентности; наблюдать с помощью осциллографа сложение гармонических колебаний в двух взаимно перпендикулярных направлениях, получить на экране фигуры Лиссажу, определить соотношение частот генераторов; определить влияние изменения фазы колебаний на вид фигур.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: изучить теорию сложения гармонических колебаний, ознакомиться с настоящим методическим указанием и ответить на контрольные вопросы; подготовить таблицы для снятия экспериментальных результатов, составить спецификацию использованных приборов.

Библиографический список

1. Савельев И.В.- Курс общей физики.- М.:Наука, 1989, т.1, гл.7, §§ 55, 56, 57.

Контрольные вопросы

1. Какие параметры исследуемых электрических сигналов могут быть определены с помощью осциллографа?
2. Из каких функциональных блоков состоит осциллограф?
3. Из каких элементов состоит электронно-лучевая трубка?
4. Какие управляющие элементы имеет осциллограф?
5. При каких условиях возникают биения?
6. Чему равна частота биений, какова амплитуда огибающей результирующего сигнала?

7. При каких условиях при сложении двух гармонических колебаний получаются фигуры Лиссажу?
8. Как по фигуре Лиссажу определить отношение частот составляющих колебаний?
9. Как по фигуре Лиссажу определить фазовый сдвиг между двумя колебаниями с равными частотами?

Описание аппаратуры и метода измерений

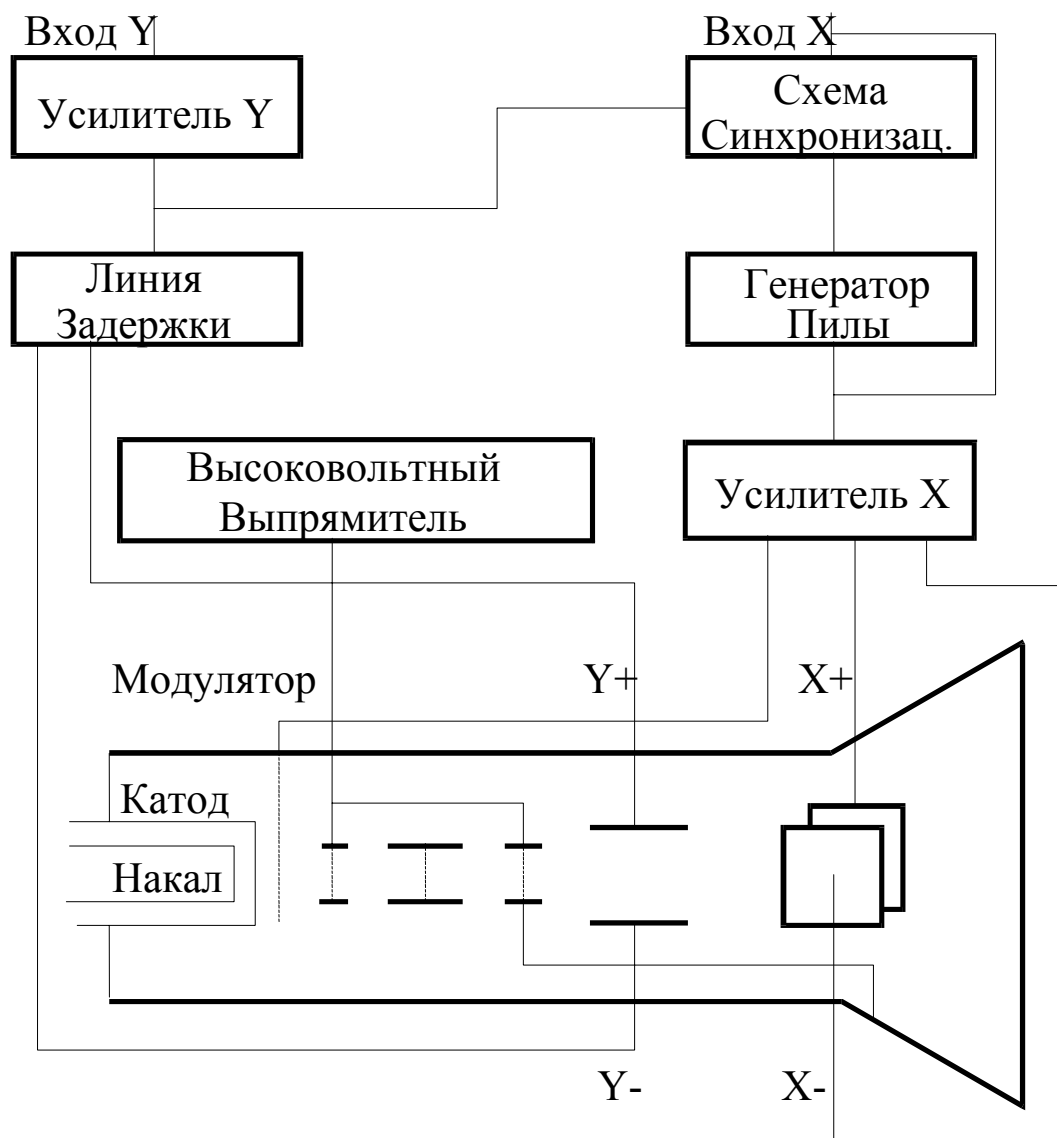


Рис.1. Функциональная схема осциллографа

Для исследования функциональных зависимостей используются электронные осциллографы – специальные приборы, позволяющие отображать быстро протекающие процессы. Основным элементом осциллографа является электронно-лучевая трубка. В трубке установлена электронная пушка, состоящая из накаливаемого катода, испускающего электроны, управляющей сетки (модулятор), второй сетки, обычно соединенной внутри с ускоряющим анодом, фокусирующего анода, ускоряющего анода. Обычно на управляющей сетке поддерживается небольшой отрицательный потенциал по отношению к катоду. Изменяя его, можно управлять яркостью формируемого изображения, или совсем погасить пучок на время обратного хода развертки. Диафрагмы в электродах электронной пушки вместе с радиальной компонентой электрического поля формируют электронный пучок. Аксиальная компонента поля обеспечивает ускорение электронов. Сформированный пучок попадает в область действия отклоняющих пластин. Каждую пару пластин можно рассматривать как плоский конденсатор и считать электрическое поле в нем однородным. Смещение электронного пучка на экране линейно зависит от приложенного к пластинам напряжения.

Так как взаимодействие электронного пучка с молекулами газов приводит к его расплыванию, для обеспечения нормального режима работы в трубке создают высокий вакуум. Экран трубки покрыт люминофором – веществом, которое светится, когда на него попадает электронный пучок. Раструб, соединяющий экран с электронной пушкой, покрыт внутри измельченным графитом (аквадагом). Это покрытие проводящее и служит продолжением анода. По нему протекает ток вторичных электронов, возникающих в результате рассеяния пучка на экране.

Для отклонения электронного пучка требуется прикладывать к отклоняющим пластинам напряжение порядка сотни вольт. Чтобы обеспечить возможность наблюдения слабых сигналов, в состав осциллографа входят масштабирующие усилители X и Y. Чувствительность каналов усилителей

измеряется в В/деление и может изменяться в широких пределах от мВ/см до 20 В/см.

Генератор пилообразного напряжения используется для наблюдения процессов, изменяющихся во времени. Формируемая “пила” обеспечивает линейное перемещение луча по оси X с постоянной скоростью в одном направлении и быстрый возврат в начальное положение с погашенным лучом на обратном ходе развертки. В этом случае коэффициент передачи по каналу X измеряется в ед. времени/деление и может меняться от 10 нс/см до 1 с/см.

При исследовании периодических процессов желательно обеспечить запуск развертки в фиксированные моменты времени. Для этого в схему осциллографа включен блок синхронизации и линия задержки. Синхронизация обеспечивается или от исследуемого сигнала, или от внешнего запускающего сигнала, связанного с исследуемым процессом.

Для исследования многих физических систем требуется задавать входной сигнал в виде гармонической функции (синус или косинус). Источником такого сигнала служат электронные генераторы, в которых вырабатывается синусоидальное напряжение. С помощью органов управления можно регулировать частоту и амплитуду сигнала. Как правило, предусматривается плавное изменение параметров в заданном диапазоне и дискретный переключатель диапазонов. Для точной подстройки частоты используется ручка “расстройка”.

Колебательные процессы играют важную роль во многих областях науки и техники. Простейшими являются гармонические колебания, то есть такие колебания, при которых колеблющаяся величина (например, напряжение на конденсаторе) изменяется во времени по закону синуса или косинуса. Многие периодические процессы, особенно при малых амплитудах, могут быть представлены как наложение нескольких гармонических колебаний.

Особенный интерес представляет случай, когда складываются два гармонических колебания мало отличающиеся по частоте. В этом случае результирующий процесс можно рассматривать как гармоническое колебание с медленно

меняющейся амплитудой. Рассмотрим случай сложения двух колебаний с нулевой начальной фазой:

$$X_1(t)=A\cos(\omega t), X_2(t)=B\cos(ft), Z(t)=X_1(t)+X_2(t).$$

Введем новые переменные

$$U=(A+B)/2, V=(A-B)/2, \omega=(\omega+f)/2, \Omega=(\omega-f)/2.$$

Тогда:

$$Z(t)=(U+V)\cos(\omega+\Omega)t + (U-V)\cos(\omega-\Omega)t,$$

$$Z(t)=U[\cos(\omega+\Omega)t + \cos(\omega-\Omega)t] + V[\cos(\omega+\Omega)t - \cos(\omega-\Omega)t],$$

$$Z(t)=2U\cos(\omega t) \cos(\Omega t) - 2V\sin(\omega t)\sin(\Omega t).$$

Так как частота Ω много меньше ω , то можно определить угол ψ (медленно меняющийся во времени) как:

$$\operatorname{tg}\psi=V\sin(\Omega t)/U\cos(\Omega t),$$

тогда

$$Z(t) = 2\sqrt{(U\cos(\Omega t))^2 + (V\sin(\Omega t))^2} \cos(\omega t - \Psi).$$

Подкоренное выражение всегда положительно и медленно меняется со временем, причем за время $1/\Omega$ (период разностной частоты исходных колебаний) дважды достигается максимум и минимум. Таким образом, период колебаний в два раза выше. При равенстве амплитуд исходных колебаний ($V=0$) получается:

$$Z(t)=2 | U\cos(\Omega t) | \cos(\omega t).$$

$\omega=(\omega+f)/2$ – иногда называют несущей частотой. Назвать медленно меняющуюся функцию $\cos[(\omega-f)t/2]$ амплитудой было

бы неверно, так как она принимает как положительные, так и отрицательные значения, а амплитуда по определению должна быть неотрицательной. Амплитуда равна модулю этой функции, и поэтому период ее колебаний в два раза меньше обратной циклической частоты и равен $2\pi(\omega-f)$.

Во многих технических приложениях сложно непосредственно наблюдать и измерять колебания высокой частоты, но наблюдение изменения суммарной амплитуды колебаний позволяет сравнивать эталонный и исследуемый процесс и измерять разность частот с очень высокой степенью точности.

Определенный интерес представляет сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний:

$$X(t)=A\cos(\omega t), Y(t)=\sin(f t).$$

Комбинация этих двух движений приводит к известным фигурам Лиссажу. Если отношение ω/f является рациональной дробью вида N/M (где N и M не имеют общего множителя), то фигура замыкается после N циклов в направлении X и после M циклов в направлении Y . Вся фигура располагается в пределах прямоугольника со сторонами $2A$ и $2B$. Так как процесс периодический, то достаточно рассмотреть фигуру, нарисованную за время: $T=2\pi M/f=2\pi N/\omega$. За этот интервал времени по оси X будет совершено N колебаний, и будет N раз достигнуто максимальное и минимальное значение ($2N$ касаний вертикальных границ квадрата). Очевидно, что любая линия, перпендикулярная оси X , будет пересечена $2N$ раз. Для оси Y все рассуждения повторяются с заменой N на M . Соотношение частот колебаний по осям X и Y равно отношению касаний вертикальных границ к числу касаний горизонтальных границ или числу пересечений произвольной вертикальной линии, проведенной внутри фигуры Лиссажу к числу пересечений горизонтальной линии. При постоянном отношении частот вид фигуры Лиссажу зависит от разности фаз колебаний по осям X и Y .

Рассмотрим влияние малого отклонения отношения частот. Для этого снова введем частоты ω , Ω как в предыдущем случае. $X(t)=A\cos(\omega+\Omega)t$, $Y(t)=B\cos(\omega-\Omega)t$. Для исключения быстрой временной зависимости образуем следующие вспомогательные величины:

$$\frac{X}{A} + \frac{Y}{B} = 2\cos(\omega t)\cos(\Omega t), \quad \frac{X}{A} - \frac{Y}{B} = 2\sin(\omega t)\sin(\Omega t).$$

Умножим первое выражение на $\sin(\Omega t)$, второе – на $\cos(\Omega t)$, и сложим квадраты этих выражений:

$$\left[\left(\frac{X}{A} + \frac{Y}{B} \right) \sin(\Omega t) \right]^2 + \left[\left(\frac{X}{A} - \frac{Y}{B} \right) \cos(\Omega t) \right]^2 = (2\sin(\Omega t)\cos(\Omega t))^2,$$

или

$$\left(\frac{X}{A} \right)^2 + \left(\frac{Y}{B} \right)^2 - 2 \frac{XY}{AB} \cos(2\Omega t) = [\sin(2\Omega t)]^2.$$

Фаза Ωt – медленно меняющаяся функция времени. Это уравнение эллипса, повернутого относительно координатных осей X и Y . При $\Omega t = \pi k/2$, где k – целое число эллипс вырождается в прямую линию:

$$y = \pm \frac{B}{A} x.$$

При $\Omega t = \pi/4 + \pi k/2$ получаем стандартное уравнение эллипса, приведенного к координатным осям, направление обхода которого зависит от четности k :

$$\left(\frac{X}{A}\right)^2 + \left(\frac{Y}{B}\right)^2 = 1.$$

Если Ω достаточно мало, то будут последовательно наблюдаться все эти случаи.

Если соотношение частот целое число, то можно получить аналитическое выражение для фигуры Лиссажу. Например:

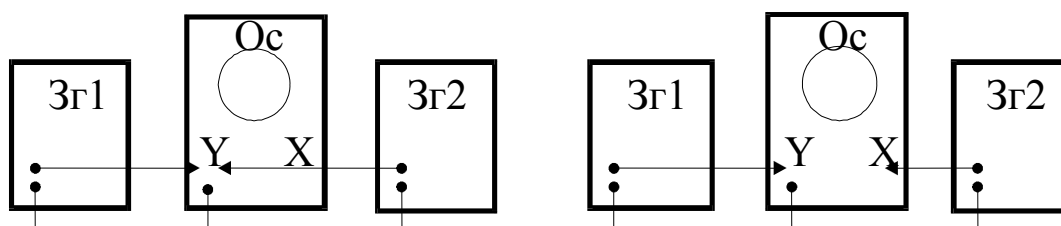
$$X(t) = A \cos(\omega t), \quad Y(t) = B \cos(2\omega t) = B(2\cos^2(\omega t) - 1).$$

$$y = B \left[2 \left(\frac{x}{A} \right)^2 - 1 \right].$$

Для экспериментов по сложению колебаний удобно использовать генераторы звуковой частоты и осциллограф. Есть две модификации установки: а) состоит из двух генераторов звуковой частоты, которые подключаются к осциллографу отдельными проводниками; б) генераторы смонтированы внутри осциллографа и подключения осуществляются кнопкой “РАЗ” на передней панели осциллографа.

Порядок выполнения работы

Схемы для исследования “биений” (слева) и фигур Лиссажу (справа).



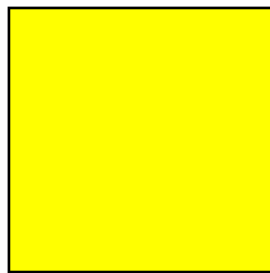
Включить осциллограф и генераторы. После прогрева (через минуту) на экране осциллографа должно появиться изображение луча. С помощью ручек управления осциллографом на передней панели расположить картинку в центре экрана. Вертикальный и горизонтальный усилители осциллографа обладают большими искажениями при больших коэффициентах усиления, поэтому амплитуду колебаний генераторов надо вначале установить максимальной. После получения устойчивого изображения на экране осциллографа уменьшить амплитуду колебаний генераторов, чтобы избежать нелинейных искажений.

Упражнение 1. Сложение гармонических колебаний одного направления. Собрать схему для исследования биений. Установить на генераторах примерно равные частоты и амплитуды сигналов. Получить на экране устойчивое изображение сигнала в виде “биений”. Измерить период “биений” и амплитуду огибающей. Изменяя амплитуды сигналов, нарисовать три графика “биений” с разной глубиной модуляции. Изменяя частоту одного из генераторов, получить “биения” с максимальным периодом. Определить разность частот. Записать период “биений”, разность частот и частоты генераторов. При близких частотах сигналов пользуйтесь ручкой “Расстройка” для точной регулировки одной из частот. При очень близких частотах возникает эффект взаимной синхронизации генераторов, связанный с сильным воздействием их друг на друга, и форма “биений” искажается.

Упражнение 2. Фигуры Лиссажу. Соберите схему для наблюдения фигур Лиссажу. Определите, какой генератор подключен к пластинам X, а какой – к пластинам Y. Это можно сделать, изменяя амплитуду сигнала и наблюдая, по какой оси изменяется масштаб картинку. Установите соотношения частот, заданное преподавателем. Плавно изменяя частоту одного из генераторов, добейтесь устойчивого изображения. Занесите частоты генераторов и рисунок в таблицу. Число пересечений осей X и Y обратнопропорционально отношению частот.

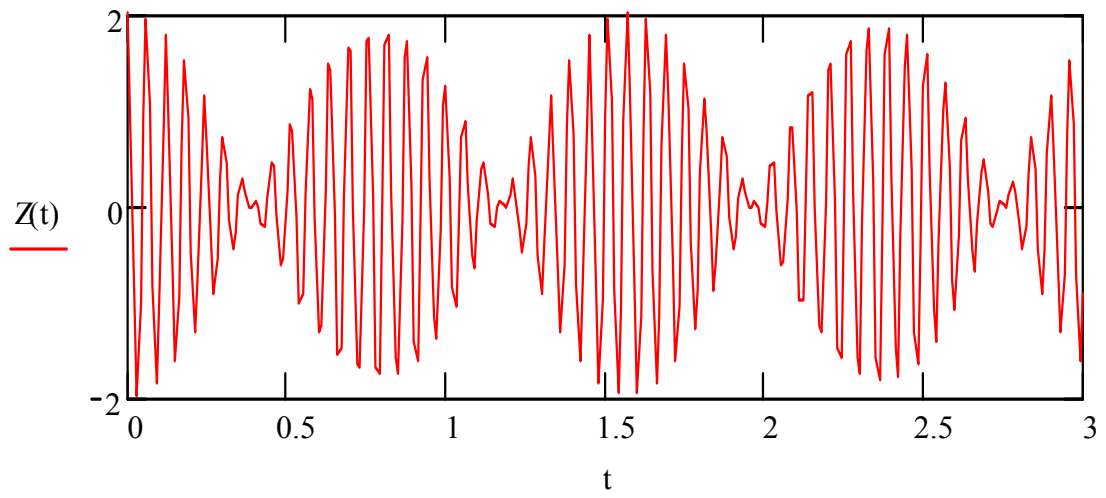
Зарисовать в тетради фигуры Лиссажу, записывая частоты генераторов по заданию, указанному преподавателем.

Зафиксировать следующие соотношения частот F_x/F_y :
1) 1; 2; 3; 0,5; 0,2; 2) 1; 0,33; 1,33; 3; 2,5; 3) 1; 0,5; 0,75; 1,5; 2; 4) 1; 0,33; 2; 3; 4. Выполняется одно из заданий по указанию преподавателя.

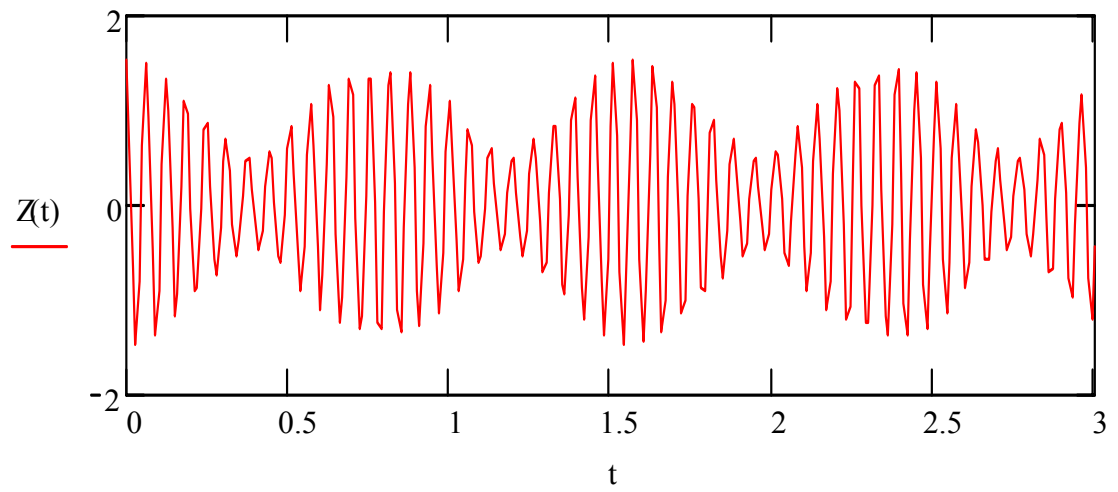


Упражнение 1. Биения

(A=B)



(A≠B)



Упражнение 2. Фигуры Лиссажу

